ся сниженный уровень VLF (очень низкочастотный спектральный компонент), что указывает на энергодефицитное состояние организма.

Таблица 2 — Средние значения показателей вариабельности сердечного ритма по характеристикам методов частотной области

Параметры	До нагрузки	После нагрузки
HF, %	40,8± 0,8	45,5± 1,0
LF, %	46,8 ± 0,8	40,8 ± 0,9
LF/HF	0,78 ± 0,3	0,89 ± 0,4
VLF, %	10,5 ± 0,8	10,5 ± 0,7

Выводы

В ходе проведенных исследований было выявлено, что по основным показателям методов временного и частотного анализа у студентов наблюдалось смещение вегетативного равновесия в сторону преобладания парасимпатической регуляции, как до нагрузки, так и после нее.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вариабельность сердечного ритма: стандарты измерения, интерпретации, клинического использования: доклад рабочей группы Европейского общества кардиологии и Североамериканского общества кардиостимуляции и электрофизиологии // Вестник аритмологии. — 1999. — № 11. — С. 53–78.

2. Анализ вариабельности сердечного ритма при использовании различных электрокардиографических систем / Р. М. Баевский [и др.] // Вестник аритмологии. — 2001. — № 1. — С. 36–42.

УДК 58.087+581.5

ПЕРВИЧНЫЙ АНАЛИЗ ЭМПИРИЧЕСКИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Жученко Ю. М., Игнатенко В. А.

Учреждение образования
«Гомельский медицинский государственный университет»
г. Гомель, Республика Беларусь

Введение

Методы и модели, применяемые для решения задач взаимосвязи измеряемых параметров и прогноза их изменений, базируются на экспериментальных данных, причем в качестве параметров моделей, как правило, используют средние величины. В то же время эти показатели характеризуются значительной вариабельностью, что обусловлено пространственной неоднородностью объекта исследований, погрешностями методического характера и при обработке исходной информации. Это обстоятельство обусловливает существенную вариабельность параметров моделей, что резко снижает точность прогноза. Таким образом, реалистичность прогноза можно повысить, привлекая информацию о статистических характеристиках эмпирических распределений измеряемых параметров. Статистический анализ эмпирических распределений исходных данных имеет и самостоятельную ценность, поскольку применение статистических методов позволяет отбраковать недостоверную информацию, повысить точность оценок и эффективность экспериментальных исследований путем определения оптимального объема экспериментальных данных.

Оценка статистических характеристик измеряемых величин включает:

— анализ резко выделяющихся наблюдений (выпадений или артефактов) и выбраковка недостоверной информации;

— определение закона и оценка параметров распределений;

— определение числа измерений, необходимых для оценки параметров выбранной вероятностной модели с заданной точностью.

Результаты исследования и их обсуждение

Анализ резко выделяющихся наблюдений, выбраковка недостоверной информации

Наблюдения, которые резко выпадают из общего ряда (артефакты), могут быть обусловлены как ошибками при отборе и анализе проб, несоблюдением регламента эксперимента, изменением его условий, так и незамеченными или неучтенными существенными для понимания исследуемого процесса факторами. Поэтому анализ выделяющихся наблюдений позволяет еще раз проверить условия их регистрации и тем самым выделить и устранить ошибку.

Анализ резко выделяющихся наблюдений включает 2 этапа: выявление «подозрительных» наблюдений и проверку с помощью статистических критериев их принадлежности к принятой для описания основной массы экспериментальных данных вероятностной модели.

Если объем выборки превосходит 30, то проверка экспериментальных значений на выброс осуществляется с помощью статистики:

$$T = \frac{X_1 - \mu}{\sigma}.$$

Если величина статистики превосходит критическое значение [1], то анализируемое наблюдение считается выбросом или артефактом.

Необходимо подчеркнуть, что статистика предполагает приближенно нормальное распределение основной массы данных. Это крайне важное требование, поскольку прямое математическое моделирование показало [2], что статистические процедуры, предполагающие нормальное распределение, неожиданно быстро теряют свои оптимальные свойства при утяжелении ветвей распределения.

Определение закона и оценка параметров распределения

Для получения надежных статистических оценок исходных данных, которые отвечают трем основным требованиям, предъявляемым к статистическим оценкам [1], — несмещенности, состоятельности и эффективности, крайне важное значение имеет правильная идентификация закона распределения экспериментальных данных. Так, известно, что при логарифмически нормальном распределении экспериментальных данных среднее арифметическое (оценка максимального правдоподобия в случае нормального распределения) является несмещенной и состоятельной, но не наиболее эффективной оценкой математического ожидания [1]. Поэтому до определения статистических характеристик измеряемых параметров необходимо идентифицировать закон распределения.

Задача проверки гипотезы о законе распределения случайной величины формулируется следующим образом. Пусть в распоряжении исследователя есть фиксированная выборка объемом n:

$$X = x_1,\ x_2,\ \ldots\ x_n$$

Тогда нулевая гипотеза H_0 состоит в предположении, что X описывается распределением $F(x)$, а конкурирующая гипотеза H_1 заключается в том, что $F(x)$ не является функцией распределения X, либо функцией распределения X является $F_1(x)$. Для проверки гипотезы H_0 против альтернативы H_1 строят критерий, основанный на использовании заранее определенной меры расстояния между анализируемой эмпирической функцией распределения $F_n(x)$ и гипотетической модельной $F(x)$.

Объем экспериментальных данных в задаче оценки измеренных величин часто бывает небольшим. Поэтому для идентификации закона распределения желательно иметь чувствительный критерий согласия, характеризующийся быстрой сходимостью к предельным распределениям. Таким критерием является более мощный в области малых выборок по сравнению с популярными критериями χ^2 и Колмогорова — Смирнова критерий Шапиро — Уилки.

Параметры распределения $F_n(x)$ оцениваются по известным формулам:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}; \quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{v} (x_i - \mu)^2}{n-1}$$

Определение числа проб, необходимых для оценки параметров вероятностной модели с заданной точностью

Одной из наиболее важных задач планирования экспериментов по определению параметров генеральной совокупности является оценка числа испытаний. Грамотно спланированным опытом можно считать такой, когда ответ на поставленный вопрос получается с наименьшими затратами сил и времени, а это прежде всего означает, что число повторностей в исследованиях должно быть минимальным. Знание закона распределения позволяет не только дать удовлетворительную оценку величины исследуемого параметра, но и определить число наблюдений, необходимых для получения значений параметра с фиксированной относительной вероятностной погрешностью при заданной доверительной вероятности.

Для выборочного среднего из нормально распределенной генеральной совокупности с параметрами μ и σ с вероятностью *1–p* можно утверждать, что доверительный интервал $\Delta = \mu \pm \frac{t \times \sigma}{\sqrt{n}}$ накрывает истинное значение $\overline{\mu}$. Рассматривая половину доверительного интервала, как допустимую вероятную погрешность определения среднего, относительную вероятную погрешность запишем в виде:

$$\delta = \frac{\Delta}{\mu} = \frac{t \times \sigma}{\mu \times \sqrt{n}} = \frac{t \times V}{\sqrt{n}},$$

где t — значение критерия Стьюдента.

Таким образом, число проб, которое необходимо иметь для определения средних значений с относительной вероятной погрешностью δ, можно определить по формуле:

$$n = \left(\frac{t \times V}{\delta} \right)^2.$$

Принято считать, что для предварительной оценки измеряемой характеристики следует выбирать величину относительной вероятной погрешности в пределах 25–30 %, а при детальном изучении объекта исследований — не более 15–20 %.

Из соотношения видно, что с повышением доверительной вероятности *1–p* и снижением относительной вероятной погрешности δ число необходимых проб увеличивается. Рассчитанное по формуле число проб, необходимых для оценки значений измеряемых параметров средним арифметическим в случае нормального распределения в зависимости от величины коэффициента вариации и относительной вероятном погрешности при *p = 0,05*, представлено в таблице 1. График зависимости *n(V)* для разных значений δ представлен на рисунке 1.

Таблица 1 — Минимальное количество проб, необходимых для оценки исследуемого параметра средним арифметическим (нормальное распределение, p = 0,05)

Коэффициент вариации	Относительная вероятная погрешность				
	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3
0,1	6	4	4	3	3
0,2	18	9	6	5	4
0,3	37	18	11	8	6
0,4	64	30	18	12	9
0,5	98	45	26	17	13
0,6	142	64	37	25	18

Окончание таблицы 1

Коэффициент вариации	Относительная вероятная погрешность				
	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3
0,7	189	86	49	32	23
0,8	248	112	64	42	30
0,9	313	141	80	52	37
1,0	386	173	98	64	45
1,2	556	247	141	91	64
1,4	756	337	191	123	86
1,6	986	440	248	160	112
1,8	1247	556	314	201	141
2,0	1537	686	387	248	173

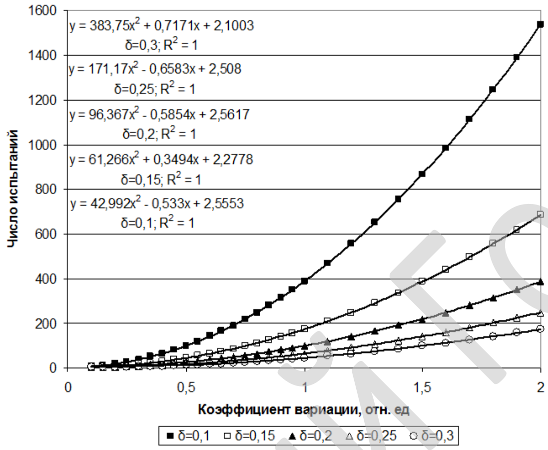

Рисунок 1 — Минимальное число проб (*n*), необходимое для оценки параметров вероятностной модели, основанной на нормальном распределении в зависимости от коэффициента вариации *V* и относительной вероятной погрешности *δ*

Видно, что при небольших значениях коэффициента вариации (*V < 30 %*) для оценки среднего с относительной вероятной погрешностью (*δ* = 20 %) и принятой доверительной вероятностью (*1–p = 0,95*) необходимо отобрать и проанализировать 11 проб. С ростом *V* для получения оценки параметров с такой же относительной вероятной погрешностью число проб резко возрастает. В левом углу рисунка приведены аппроксимации полиномом второго порядка числа испытаний (*n*) при изменении коэффициента вариации (*V*) с фиксированным значением относительной вероятной погрешности *δ*.

Если распределение случайной величины отличается от нормального, то оценка центра распределения средним арифметическим, оставаясь состоятельной, перестает быть самой эффективной [3]. В случае асимметричного унимодального распределения, каким является логарифмически нормальное. При логарифмически нормальном распределении относительная вероятная погрешность связана с коэффициентом вариации и числом проб следующим образом [1]:

$$\delta^2 = \frac{\ln(V^2+1)\times(n-1)}{n\times(n-1)}$$

Рассчитанное по формуле число проб, необходимых для оценки значений параметров для логарифмически нормального распределения в зависимости от относительной вероятной погрешности и коэффициента вариации, представлено в таблице 2. График зависимости *n(V)* для разных значений *δ* представлен на рисунке 2.

В левом углу рисунка приведены аппроксимации линейной функцией числа испытаний (*n*) при изменении коэффициента вариации (*V*) с фиксированным значением относительной вероятной погрешности *δ*.

Таблица 2 — Минимальное количество проб, необходимых для оценки исследуемого параметра модой (логарифмически нормальное распределение, $p = 0{,}05$)

Коэффициент вариации	Относительная вероятная погрешность				
	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3
0,2	12	6	4	3	2
0,3	27	12	7	5	4
0,4	45	20	12	8	6
0,5	68	30	17	11	8
0,6	93	42	24	15	11
0,7	120	54	31	20	14
0,8	149	67	38	24	17
0,9	179	80	45	29	20
1	209	93	53	34	24
1,2	268	120	68	43	30
1,4	326	145	82	53	37
1,6	382	170	96	62	43
1,8	434	194	109	70	49
2	484	215	121	78	54

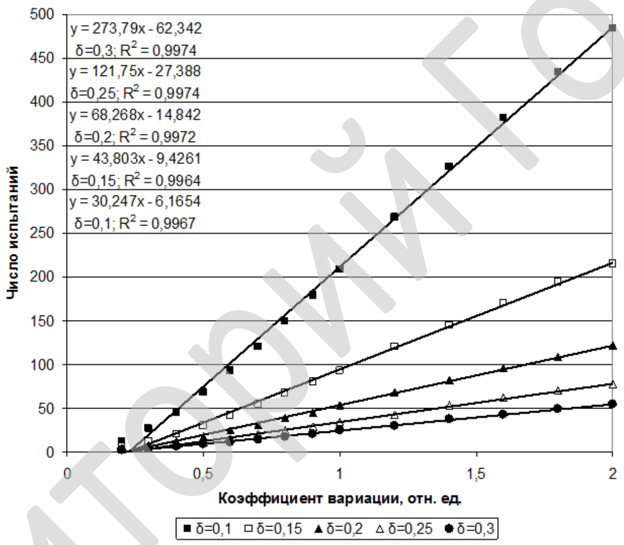

Рисунок 2 — Минимальное число проб (*n*), необходимое для оценки параметров вероятностной модели, основанной на логарифмически нормальном распределении в зависимости от коэффициента вариации *V* и относительной вероятной погрешности *δ*

Сопоставляя объемы выборок, соответствующие одинаковым значениям δ и V (при p = 0,05), видим, что в этом случае оценки требуется меньшее количество проб, чем при оценке средним арифметическим.

Заключение

Число точечных проб, достаточное для составления объединенной выборки, характеризующей с заданной точностью измеряемый параметр, определяется величинами коэффициента вариации и относительной вероятной погрешности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Закс, Л.* Статистическое оценивание / Л. Закс. — М.: Статистика, 1976. — 598 с.
2. *Айвазян, С. А.* Прикладная статистика: основы моделирования и первичная обработка данных / С. А. Айвазян, И. С. Енюков, Л. Д. Мешалкин. — М., 1983. — 471 с.
3. *Крамер, Г.* Математические методы статистики / Г. Крамер. — М.: Мир, 1975. — 648 с.